

Kursunterlagen

Mathematik

Gymkurs Primar



1. Auflage 2022

© porta mundi AG

porta mundi AG

Förriibuckstrasse 225

8005 Zürich

porta mundi AG

Seestrasse 141

8703 Erlenbach

portamundi.org

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|------------|
| Vorwort | 5 |
| So kannst du mit diesen Unterlagen arbeiten | 7 |
| Lektion 1 | 9 |
| Theorie: Rechenaufgaben | 11 |
| Diverse Aufgaben | 17 |
| Hausaufgaben auf nächste Woche | 25 |
| Lektion 2 | 27 |
| Theorie: Brüche und Dezimalzahlen | 29 |
| Diverse Aufgaben | 33 |
| Hausaufgaben auf nächste Woche | 41 |
| Lektion 3 | 43 |
| Theorie: Kombinatorik | 45 |
| Diverse Aufgaben | 49 |
| Hausaufgaben auf nächste Woche | 53 |
| Lektion 4 | 55 |
| Theorie: Grössen und Masse | 57 |
| Diverse Aufgaben | 59 |
| Hausaufgaben auf nächste Woche | 63 |
| Lektion 5 | 65 |
| Theorie: Textaufgaben | 67 |
| Diverse Aufgaben | 69 |
| Hausaufgaben auf nächste Woche | 73 |
| Lektion 6 | 75 |
| Theorie: Proportionalität | 77 |
| Diverse Aufgaben | 79 |
| Hausaufgaben auf nächste Woche | 87 |
| Lektion 7 | 89 |
| Theorie: Geometrische Konstruktionen in der Ebene | 91 |
| Diverse Aufgaben | 93 |
| Hausaufgaben auf nächste Woche | 101 |
| Lektion 8 | 103 |
| Theorie: Ebene Geometrie | 105 |
| Diverse Aufgaben | 107 |
| Hausaufgaben auf nächste Woche | 113 |
| Lektion 9 | 115 |
| Theorie: Geometrische Körper | 117 |
| Diverse Aufgaben | 119 |
| Hausaufgaben auf nächste Woche | 127 |
| Zusatzaufgaben - Übungen zu allen Themen | 129 |
| Zusatzaufgaben | 131 |

Vorwort



So kannst du mit diesen Unterlagen arbeiten

Diese Unterlagen helfen dir, dich optimal auf die Aufnahmeprüfung der Zürcher Langgymnasien vorzubereiten. Wir haben die Unterlagen so aufgebaut, dass jedes Kapitel ein zentrales Thema der Prüfung behandelt. Die Kapitel selber sind folgendermassen strukturiert.

Theorie

In jedem Kapitel findest du einen kurzen Theorieteil zu den wichtigsten Konzepten des Themas. Diese helfen dir, den Einstieg ins Thema zu schaffen und die wichtigsten Grundlagen zu repetieren. In manchen Kapiteln findest du anstelle von Regeln und Theorien eine ausführlich gelöste Musteraufgabe, so zum Beispiel beim Thema «Textaufgaben».

Übungsaufgaben

In umfangreichen Kapiteln findest du auch Übungsaufgaben, um die grundlegenden Mechaniken der anspruchsvolleren Aufgaben separat üben zu können. Falls du mit den Prüfungsaufgaben noch nicht so gut zurechtkommst, kannst du mit Hilfe dieses Übungsteils die Grundlagen auffrischen.

Prüfungsaufgaben

Die Prüfungsaufgaben sind Aufgaben, die aus vergangenen Prüfungen stammen. Hier kannst du prüfen, ob du das Thema wirklich verstanden hast. In jedem Kapitel haben wir so viele Aufgaben wie nötig zusammengefasst. Dennoch sind nicht alle Aufgaben der ZAP vorhanden, um für die Übungsphase mit alten Prüfungen nicht alles schon vorweg genommen zu haben.

Was es im übrigen zu beachten gilt

Wenn du in jedem Kapitel sattelfest bist, hast du gute Chancen, die Prüfung zu bestehen. Dennoch empfehlen wir dir, in der letzten Übungsphase vor der echten Prüfung mit alten Prüfungen zu arbeiten und die Unterlagen als Nachschlagewerk zu benutzen. Damit gewöhnst du dich an den Rhythmus und Aufbau der Prüfungen. Zudem kannst du so auch deine Geschwindigkeit einschätzen, ein wichtiger Faktor für ein erfolgreiches Bestehen der Prüfung.

Lektion 1

- Theorie: Rechenaufgaben



In diesem Kapitel lernst du alles was du brauchst im Gebiet der Rechenaufgaben. Dieses Kapitel legt die Grundlage, damit du für alle Rechenaufgaben gut gerüstet bist. Meistens haben die ersten ein bis zwei Aufgaben der Prüfung diesen Themenbereich als zentrales Thema und wenn du diese Aufgaben gut geübt hast, wirst du dir dort einfache Punkte abholen können. Das Wissen, das du dir in diesem Kapitel aneignest, beschränkt sich nicht nur auf diese ersten Aufgaben. Es ist ein wichtiges Werkzeug und Voraussetzung in fast allen Kapiteln, in denen du Rechnungen aufstellen und lösen musst. Auch wenn sich die ersten beiden Aufgaben an der Prüfung gerade in den neueren Prüfungen hin zu «intelligentem Rechnen» verändert haben, wirst du diese «Handwerksaufgaben» als wichtige Grundlage zu schätzen wissen.

Unbekannte Zahlen

An der Gymiprüfung kommt der Aufgabentyp «unbekannte Zahlen» immer mal wieder vor. Du erkennst diese Aufgaben und die unbekannt Zahlen an diesem Symbol:

Aufgaben mit unbekannt Zahlen gibt es in verschiedenen Schwierigkeitsgraden. Ein einfaches Beispiel ist diese Rechnung:

$$54\ 000 : \dots\dots\dots = 600$$

Auf Stufe der Prüfungsaufgaben wirst du auch schwierigere Aufgaben antreffen wie beispielsweise diese Aufgabe aus der ZAP 2012:

$$(978.5 : 38) + \dots\dots\dots = 13 \cdot 17 \frac{3}{40}$$

Auch wenn das zweite Beispiel schwieriger aussieht, erkennst du bei näherer Betrachtung, dass beide Aufgaben gleich aufgebaut sind.

| | | | | |
|--------------|-------------------|-----------------|--------------------|----------------------------|
| 54 000 | : | | = | 600 |
| Erste Zahl | Operationszeichen | Unbekannte Zahl | Gleichheitszeichen | zweite Zahl |
| (978.5 : 38) | + | | = | $13 \cdot 17 \frac{3}{40}$ |

Dieses Raster hilft dir beim Lösen solcher Aufgaben, die richtige Überlegung anzustellen.

| Typ | Beispiel | In Worten | Rechnung | Ergebnis |
|---------------------------|-----------------|-----------------------------|-----------------|----------|
| 1. Zahl + = 2. Zahl | 14 + = 20 | 14 plus wie viel gibt 20? | 20 - 14 = | 6 |
| 1. Zahl + = 2. Zahl | 15 - = 10 | 15 minus wie viel gibt 10? | 15 - 10 = | 5 |
| 1. Zahl : = 2. Zahl | 20 : = 5 | 20 durch wie viel gibt 5? | 20 : 5 = | 4 |
| 1. Zahl · = 2. Zahl | 2 · = 8 | 2 Mal welche Zahl ergibt 8? | 8 : 2 = | 4 |

Mathematische Begriffe zu den Grundrechenarten

In bestimmten Aufgaben werden mathematische Grundbegriffe verwendet. Wir haben die wichtigsten Begriffe hier aufgelistet.

Addition – addieren

| | | | | |
|---------|------|---------|--------|-------|
| 4 | + | 5 | = | 9 |
| Summand | plus | Summand | gleich | Summe |

Subtraktion – subtrahieren

| | | | | |
|---------|-------|------------|--------|-----------|
| 8 | – | 3 | = | 5 |
| Minuend | minus | Subtrahend | gleich | Differenz |

Division – dividieren

| | | | | |
|----------|-------|---------|--------|----------|
| 10 | : | 2 | = | 5 |
| Dividend | durch | Divisor | gleich | Quotient |

Multiplikation – multiplizieren

| | | | | |
|--------|-----|--------|--------|---------|
| 2 | · | 2 | = | 4 |
| Faktor | mal | Faktor | gleich | Produkt |

Grösser als, kleiner als

Vielleicht hast du diese Zeichen im Zusammenhang mit Rechnungen schon gesehen:

> und <

Die Zeichen geben an, welche von zwei Zahlen die miteinander verglichen werden, grösser oder kleiner sind.

Folgendes bedeutet, dass 20 grösser als 15 ist: $20 > 15$

Umgekehrt bedeutet diese Darstellung, dass 3 kleiner als 8 ist: $3 < 8$

Intelligentes Rechnen

In den neueren Prüfungen wird viel Wert auf «intelligentes Rechnen» gelegt. Das sind Aufgaben, die auf den ersten Blick kompliziert ausschauen, aber mit einem Trick viel einfacher lösbar sind. Das bedeutet, dass du die Rechnungen ein bisschen umstellen musst, bevor du rechnen kannst. Das steht im Gegensatz zum normalen «von links nach rechts»-rechnen wie bei den meisten Aufgaben. Wenn du die Klammerregel und das Assoziativgesetz kennst, dann bist du mit dem nötigen Wissen für diese Rechnungen ausgerüstet.

Das Assoziativgesetz

Vermutlich hörst du dieses Wort zum ersten Mal, es wird aber schon bald zu einem Standardbegriff, wenn du ins Gymnasium wechselst. Deswegen schauen wir uns die Sache hier ein wenig genauer an. Beim Assoziativgesetz geht es um Assoziationen, das ist ein anderes Wort für Verbindungen. Genauer gesagt, geht es um Verbindungen zwischen einzelnen Zahlen und Operationen in einer Rechnung. Wenn du das Assoziativgesetz anwenden kannst, hilft dir dies beispielsweise bei dieser Aufgabe der ZAP 2019:

72.48 – 17.52 + 227.52 – 102.48

Man könnte die Aufgabe stur von links nach rechts durchrechnen und würde auf das richtige Ergebnis kommen. Das Assoziativgesetz sagt uns aber, dass wir die einzelnen Zahlen inklusive der Vorzeichen verschieben dürfen und das Ergebnis wird sich nicht verändern. Wir lösen die Aufgabe zusammen, damit du gleich an diesem Beispiel siehst, was damit gemeint ist.

| | |
|---|---|
| 72.48 – 17.52 + 227.52 – 102.48 | Schau genau! Du siehst, dass die mittleren beiden Zahlen die gleichen Dezimalen haben sowie auch die erste und die letzte Zahl ebenfalls. |
| +227.52 – 17.52 + 72.48 – 102.48 | Das Assoziativgesetz erlaubt uns, dass wir diese Zahlen neu arrangieren können, um die Rechnung einfacher zu lösen. Beachte dabei, dass du die grossen Zahlen wenn immer möglich links platzierst und die kleinen rechts. Ansonsten kann es sein, dass du unter-Null Ergebnisse bekommst. |
| +227.52 – 17.52 + 72.48 – 102.48 | Beachte auch, dass die 72.48 neu ein «plus» bekommen hat. Wenn du die erste Zahl einer Rechnung an eine andere Stelle verschiebst, erhält sie immer ein Plus. |
| 210 + 72.48 – 102.48 | Nachdem wir die ersten beiden Zahlen miteinander verrechnet haben, bleibt diese Rechnung übrig. |
| 282.48 – 102.48 = 180 | Die Rechnung lässt sich nun recht einfach sogar im Kopf lösen und wir haben durch Anwendung des Assoziativgesetzes Zeit gespart und die Gefahr, einen Fehler zu machen, vermindert. |

Die Klammerregel

Ein Aufgabentyp verlangt von dir, dass du mit Klammern richtig umgehst. Zum Beispiel diese Aufgabe aus der ZAP 2019. Bei dieser Aufgabe musst du zudem auch das Assoziativgesetz anwenden.

$$(107 \cdot 0.471) + (9.95 + 3.41 + 3.02 - 3.39) - (97 \cdot 0.471)$$

In solch einer Rechnung kannst du dir die Klammern wie kleine «Täschli» vorstellen, in denen sich zum Beispiel Münzen befinden. Bevor du die Inhalte dieser «Täschli» berechnen kannst, macht es Sinn, wenn du in jedes erst einmal einen Blick wirfst. Sobald du weisst, was sich in allen «Täschli» befindet, kannst du damit beginnen, sie intelligent zu arrangieren damit du eine möglichst einfache Rechnung erhältst. Wie du siehst, ist der Faktor in der ersten Klammer derselbe wie in der dritten. Das wird uns im weiteren Verlauf helfen.

| | |
|---|--|
| $(107 \cdot 0.471) + (9.95 + 3.41 + 3.02 - 3.39) - (97 \cdot 0.471)$ | Wir sehen insgesamt drei Klammern. Das bedeutet, dass wir erst die Rechnungen in diesen Klammern lösen, bevor wir das finale Ergebnis in Erfahrung bringen. |
| $(107 \cdot 0.471) + (9.95 + 3.41 + 3.02 - 3.39) - (97 \cdot 0.471)$ $=$ $(107 \cdot 0.471) - (97 \cdot 0.471) + (9.95 + 3.41 + 3.02 - 3.39)$ | Wie du siehst, befinden sich im letzten «Täschli» derselbe Faktor wie im ersten. Wir können sie mit dem Assoziativgesetz nebeneinander stellen. |
| $(10 \cdot 0.471) + (9.95 + 3.41 + 3.02 - 3.39)$ | Wir können von den 107 Einheiten in der ersten Klammer 97 Einheiten abziehen, das lässt 10 Einheiten übrig. |
| $4.71 + (9.95 + 0.02 + 3.02)$ | Wenn eine Dezimalzahl mit 10 multipliziert wird, verschiebt sich der Punkt um eine Stelle nach rechts. Das erspart dir komplizierte Rechnungen. Zudem lässt sich von 3.41 die Zahl 3.39 sehr einfach abziehen, das Ergebnis lautet 0.02. |
| $4.71 + 12.99 = 17.7$ | Jetzt lassen sich die verbleibenden Ziffern in der Klammer einfach berechnen. |

Runden

Wenn auf die zweite Stelle nach dem Komma gerundet werden muss, dann ist die dritte Stelle nach dem Komma ausschlaggebend. Es wird dann aufgerundet, wenn die massgebende Stelle grösser oder gleich 5 ist. Abgerundet wird, wenn es eine Zahl zwischen 0 und 4 ist. Wenn keine weiteren Angaben gemacht werden, dann runden wir auf so viele Stellen nach dem Komma, wie jene Zahl mit den meisten Kommastellen der entsprechenden Aufgabe.

Beispiel: 35,2832726546

- gerundet auf 2 Stellen: 35,28
- gerundet auf 3 Stellen: 35,283
- gerundet auf 4 Stellen: 35,2833
- gerundet auf 5 Stellen: 35,28327

Teilbarkeitsregeln

Eine Zahl ist teilbar...

- ... durch 2, wenn sie gerade ist, also ihre letzte Ziffer eine 2, 4, 6, 8 oder 0 ist.
- ... durch 3, wenn ihre Quersumme, also die Summe all ihrer Ziffern durch 3 teilbar ist.
- ... durch 4, wenn ihre letzten 2 Stellen durch 4 teilbar sind.
- ... durch 5, wenn ihre letzte Stelle eine 5 oder eine 0 ist.
- ... durch 6, wenn sie durch 2 und durch 3 teilbar ist, also wenn sie gerade ist und ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.
- ... durch 8, wenn ihre letzten drei Stellen durch 8 teilbar sind.
- ... durch 9, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.
- ... durch 10, wenn ihre letzte Stelle eine 0 ist.

Schriftliches Dividieren mit 2-stelligen Zahlen

| | |
|--|--|
| $24075 : 75 =$ | Bei allen schriftlichen Rechnungen ist eine saubere Darstellung wichtig, besonders aber wenn du mit zweistelligen Zahlen dividierst. Bei dieser Aufgabe sehen wir, dass wir die ersten drei Ziffern der zu teilenden Zahl zusammenfassen müssen. |
| $24075 : 75 = 3$ -225 | Wir fragen uns, wie viele Male die Zahl 75 in 240 Platz findet. Schnell siehst du, dass 3 mal 75 ein Ergebnis von 225 ergibt. Die 3 schreiben wir hinter das Gleichheitszeichen und die Differenz von 225 zu 240 berechnen wir mit einer einfachen schriftlichen Subtraktion. Natürlich kannst du auch gleich das Ergebnis dieser Differenz hinschreiben, wenn du dies auch im Kopf gleich lösen kannst. |
| $24075 : 75 = 32$ -225 157 | Nachdem wir eine Differenz von 15 berechnet haben, gehen wir wieder gleich vor und fragen uns, ob diese Zahl durch 75 teilbar ist. Wenn nicht, nehmen wir von der ursprünglichen Zahl nach unten und fügen Sie als dritte Ziffer an die 15 an. Danach rechnen wir erneut aus, wie viele Male die 75 in diesem neuen Wert Platz findet, nämlich 2 Mal. |
| $24075 : 75 = 32$ -225 157 75 | Da es offensichtlich ist, dass wir einen Rest von 7 haben, werden wir nicht extra die Differenz berechnen, sondern die 7 gleich unten an der 157 anfügen und die verbleibende fünf von der ursprünglichen Zahl herunternehmen. |
| $24075 : 75 = 321$ -225 157 75 0 | Da 75 gleich durch 75 teilbar ist und 1 ergibt, ist die Rechnung an diesem Punkt richtig gelöst. |

Schriftliches Multiplizieren mit 3-stelligen Zahlen

| | |
|--|---|
| $\underline{125 \cdot 431}$ | <p>Wie bei allen schriftlichen Rechenaufgaben ist eine saubere Darstellung auch hier der Schlüssel zum Erfolg. Natürlich nebst der Tatsache, dass du weisst, wie du vorgehen musst, aber das lernen wir ja hier. Schreibe die Rechnung wie links dargestellt auf und <u>unterstreiche das Zahlenpaar</u>.</p> |
| $\begin{array}{r} \underline{125 \cdot 431} \\ 5 \end{array}$ | <p>Wir konzentrieren uns auf die 5 in der 125 auf der linken Seite. Mit dieser Zahl multiplizieren wir jede einzelne Ziffer auf der rechten Seite. In einem ersten Schritt also 5 Mal die 1, ergibt 5 und diese Zahl notieren wir gleich unter der 1.</p> |
| $\begin{array}{r} \underline{125 \cdot 431} \\ 2155 \end{array}$ | <p>Wenn wir diesen Schritt mit allen Ziffern der rechten Zahl durchführen, kommen wir auf dieses Ergebnis. Achte auf die richtige Darstellung.</p> |
| $\begin{array}{r} \underline{125 \cdot 431} \\ 2155 \\ 0 \end{array}$ | <p>Nun wiederholen wir den Vorgang mit der 2 in der linken Zahl. Da es sich jedoch um eine Zehnerstelle handelt, fügen wir eine 0 ein bevor wir mit den Rechnungen beginnen.</p> |
| $\begin{array}{r} \underline{125 \cdot 431} \\ 2155 \\ 8620 \end{array}$ | <p>Bei diesem Schritt zahlt sich eine gute Darstellung besonders aus, so kannst du die Übersicht behalten wenn du Multiplikationen ausführst, die wegen der eingefügten Null nicht direkt untereinander stehen.</p> |
| $\begin{array}{r} \underline{125 \cdot 431} \\ 2155 \\ 8620 \\ \underline{43100} \\ 53875 \end{array}$ | <p>Nachdem du den Schritt mit der 1 in der 125 und zwei Nullen durchgeführt hast, kannst du die erhaltenen Zwischenresultate schriftlich addieren und hast somit eine Multiplikationsaufgabe mit dreistelligen Zahlen erfolgreich gemeistert!</p> |

Diverse Aufgaben

Übungsaufgaben: Addition und Subtraktion

Aufgabe 1

Löse die Aufgaben im Kopf und notiere die Ergebnisse:

a) $50 + 31 = \dots\dots\dots$

d) $5555 - 400 = \dots\dots\dots$

$50\,000 + 31\,000 = \dots\dots\dots$

$5555 - 50 = \dots\dots\dots$

b) $35 - 13 = \dots\dots\dots$

$5555 - 6 = \dots\dots\dots$

$35\,000 - 13\,000 = \dots\dots\dots$

$5555 - 44 = \dots\dots\dots$

c) $3200 + 40 = \dots\dots\dots$

$3200 + 400 = \dots\dots\dots$

$3200 + 4000 = \dots\dots\dots$

Aufgabe 2

Löse die folgenden Aufgaben im Kopf und notiere die Ergebnisse:

a) $5800 + 1400 = \dots\dots\dots$

e) $63\,000 - 580 = \dots\dots\dots$

b) $6007 + 706 = \dots\dots\dots$

f) $1\,000\,000 - 305 = \dots\dots\dots$

c) $3000 - 6 = \dots\dots\dots$

g) $76\,000 - 3080 = \dots\dots\dots$

d) $6026 - 40 = \dots\dots\dots$

h) $500\,001 - 1005 = \dots\dots\dots$

Aufgabe 3

Löse die folgenden Aufgaben schriftlich:

a) $24\,501 + 9\,352 = \dots\dots\dots$

e) $54\,925 - 11\,522 = \dots\dots\dots$

b) $2\,125 + 3\,698 = \dots\dots\dots$

f) $28\,633 - 1\,025 = \dots\dots\dots$

c) $12\,888 + 10\,112 = \dots\dots\dots$

g) $17\,899 - 17\,611 = \dots\dots\dots$

d) $17\,549 + 2\,251 = \dots\dots\dots$

h) $146\,522 - 85\,600 = \dots\dots\dots$

Aufgabe 4

Löse die folgenden Aufgaben schriftlich:

a) $59\,854 - 45\,981 = \dots\dots\dots$

e) $19\,522 - 12\,49 = \dots\dots\dots$

b) $95\,544 + 72\,566 = \dots\dots\dots$

f) $25\,933 - 18\,914 = \dots\dots\dots$

c) $300 + 255 = \dots\dots\dots$

g) $38\,496 + 29\,870 = \dots\dots\dots$

d) $21\,465 + 16\,542 = \dots\dots\dots$

h) $31\,254 + 18\,642 = \dots\dots\dots$

Aufgabe 5

Bestimme die unbekanntenen Zahlen und rechne wo nötig schriftlich aus:

a) $9\,600 + \dots\dots\dots = 24\,000$

d) $\dots\dots\dots + 28 = 100$

b) $\dots\dots\dots - 3\,800 = 67\,000$

e) $22\,000 - \dots\dots\dots = 1$

c) $100\,000 - \dots\dots\dots = 240$

f) $\dots\dots\dots - 72\,500 = 102\,530$

g) $12\,900 + \dots = 59\,633$

i) $89\,000 + \dots = 224\,350$

h) $\dots - 1400 = 49\,000$

j) $\dots - 7966 = 39\,512$

Aufgabe 6

- a) Bestimme drei sechsstellige Zahlen, deren Summe 525 252 beträgt.

.....

- b) Bestimme die Differenz zwischen 496 322 und 356 655.

.....

- c) Wenn ich mir eine Zahl ausdenke und von dieser 76 522 subtrahiere, erhalte ich 25 300. Wie lautet die gedachte Zahl?

.....

- d) Wenn ich zu einer Zahl 690 addiere, erhalte ich 1566. Wie lautet diese Zahl?

.....

- e) Wenn ich mir zwei Zahlen ausdenke und du weisst, dass deren Differenz 500 beträgt und die kleinere der beiden Zahlen die kleinste vierstellige Zahl ist, die es gibt, wie lauten dann die beiden Zahlen?

.....

- f) Das Doppelte einer gedachten Zahl ist 1500. Wie lautet die gedachte Zahl?

.....

Übungsaufgaben: Multiplikation und Division**Aufgabe 1**

Löse die Aufgaben im Kopf und notiere die Ergebnisse:

a) $5 \cdot 90 = \dots\dots\dots$

g) $75 : 15 = \dots\dots\dots$

b) $2 \cdot 75 = \dots\dots\dots$

h) $12 \cdot 12 = \dots\dots\dots$

c) $75 : 2 = \dots\dots\dots$

i) $10 \cdot 27 = \dots\dots\dots$

d) $5 \cdot 22 = \dots\dots\dots$

j) $25 : 5 = \dots\dots\dots$

e) $12 \cdot 50 = \dots\dots\dots$

k) $20 : 5 = \dots\dots\dots$

f) $4 \cdot 25 = \dots\dots\dots$

l) $18 \cdot 2 = \dots\dots\dots$

Aufgabe 2

Löse die folgenden Aufgaben im Kopf und notiere die Ergebnisse:

a) $4 \cdot 16 = \dots\dots\dots$

g) $8 : 8 = \dots\dots\dots$

b) $7 \cdot 7 = \dots\dots\dots$

h) $39 \cdot 2 = \dots\dots\dots$

c) $18 : 6 = \dots\dots\dots$

i) $8 \cdot 3 = \dots\dots\dots$

d) $6 \cdot 13 = \dots\dots\dots$

j) $18 : 3 = \dots\dots\dots$

e) $27 \cdot 3 = \dots\dots\dots$

k) $22 : 11 = \dots\dots\dots$

f) $4 \cdot 7 = \dots\dots\dots$

l) $9 \cdot 20 = \dots\dots\dots$

Aufgabe 3

Löse die folgenden Aufgaben schriftlich:

a) $24\,150 : 75 = \dots\dots\dots$

e) $860 : 20 = \dots\dots\dots$

b) $5966 : 19 = \dots\dots\dots$

f) $14\,300 : 11 = \dots\dots\dots$

c) $453 \cdot 28 = \dots\dots\dots$

g) $687 \cdot 64 = \dots\dots\dots$

d) $219 \cdot 77 = \dots\dots\dots$

h) $22\,500 : 15 = \dots\dots\dots$

Aufgabe 4

Löse die folgenden Aufgaben schriftlich:

a) $9630 : 6 = \dots\dots\dots$

e) $5440 : 64 = \dots\dots\dots$

b) $327 \cdot 22 = \dots\dots\dots$

f) $64\,520 : 8 = \dots\dots\dots$

c) $786 \cdot 18 = \dots\dots\dots$

g) $189 \cdot 27 = \dots\dots\dots$

d) $19\,200 : 25 = \dots\dots\dots$

h) $732 : 12 = \dots\dots\dots$

Aufgabe 5

Bestimme die unbekanntenen Zahlen und rechne wo nötig schriftlich aus:

a) $\dots\dots\dots \cdot 9 = 5400$

d) $\dots\dots\dots : 30 = 21$

b) $40\,000 = \dots\dots\dots \cdot 5$

e) $3300 = \dots\dots\dots \cdot 11$

c) $\dots\dots\dots : 60 = 600$

f) $\dots\dots\dots \cdot 500 = 100 \cdot 35$

g) $49 \cdot \dots = 7000 \cdot 7$

i) $320 : \dots = 400 : 10$

h) $\dots \cdot 120 = 300 \cdot 40$

j) $\dots : 80 = 800$

Aufgabe 6

- a) Wenn ich die Zahl durch 30 dividiere, das Resultat zuerst mit 5 und anschliessend mit 6 multipliziere, erhalte ich 600. Wie lautet die Zahl?

.....

- b) Wenn ich die Zahl zweimal verdopple und anschliessend einmal halbiere, erhalte ich 888.

.....

- c) Wenn ich 202 mit der Zahl multipliziere, erhalte ich gleich viel, wie wenn ich 4848 durch 8 dividiere.

.....

- d) Wenn ich die gedachte Zahl durch 8 teile erhalte ich die Hälfte von 1400.

.....

- e) Wenn ich die Zahl mit 7 vervielfache erhalte ich das Doppelte von 2107.

.....

- f) Wenn ich die gedachte Zahl zweimal verdopple, erhalte ich 1000.

.....

Prüfungsaufgaben: Intelligentes Rechnen**Aufgabe 1, ZAP 2021**

In der Rechenmaschine wird die eingegebene Zahl Schritt für Schritt verarbeitet:

Eingabe $\rightarrow + 6.3 \rightarrow : 3 \rightarrow -20.1 \rightarrow$ Ausgabe

Welche Zahl musst du eingeben, damit die Ausgabezahl 102 herauskommt?

Aufgabe 2, ZAP 2021

Rechne geschickt. Berechne mit möglichst wenig Rechenaufwand. Schreibe deine Rechenschritte auf.

$$125 \cdot 6.408 = \dots\dots\dots$$

Aufgabe 3, ZAP 2021

Die beiden Zahlenfolgen sind je nach einer Regel aufgebaut.

a) 2, A, B, 48, 240, 1440

Notiere die Zahlen A und B

b) A, 30.5, 26.25, B, 17.75, C

Notiere die Zahlen A, B und C

Aufgabe 4, ZAP 2020

Mit einem geeigneten Vorgehen lässt sich die folgende Aufgabe mit viel weniger Rechenaufwand lösen, als wenn man von links nach rechts rechnet. Wähle ein geeignetes Vorgehen und löse mit so wenig Rechenaufwand wie möglich. Schreibe deine Rechenschritte und Überlegungen auf.

$$(17 \cdot 3.5) + (15 \cdot 6.3) - (1.7 \cdot 35) = \dots\dots\dots$$

Aufgabe 5, ZAP 2019

Mit einem geeigneten Vorgehen lassen sich die folgenden Aufgaben mit viel weniger Rechenaufwand lösen, als wenn man von links nach rechts rechnet. Wähle ein geeignetes Vorgehen und rechne aus. Schreibe deine Rechenschritte auf.

a) $(621.6 : 37) - (251.6 : 37) = \dots\dots\dots$

b) $(90 \cdot 0.043) + (11 \cdot 0.43) = \dots\dots\dots$

Aufgabe 6, ZAP 2018

Gib das Ergebnis an:

$$(975.2 : 23) + (12 \cdot 21.9) - (12 \cdot 6.9) - (892.4 : 23) = \dots\dots\dots$$

Aufgabe 7, ZAP 2017

a) Gib das Ergebnis an:

$$72.48 - 17.52 + 227.52 - 102.48 = \dots\dots\dots$$

b) Gib das Ergebnis an:

$$(11.31 : 13) + (124.1 : 34) - (4.81 : 13) = \dots\dots\dots$$

Lektion 2

- Theorie: Brüche und Dezimalzahlen



In diesem Kapitel lernst du alles was du brauchst im Gebiet der Brüche und Dezimalzahlen. Dies ist ein wichtiges Thema, es macht zusammen mit den «intelligenten Rechenaufgaben» aus Kapitel 1 etwa 16% der Prüfung aus. Der Umgang mit Brüchen und Dezimalzahlen gehört zu den grundlegenden Fertigkeiten nicht nur an der ZAP sondern auch in deiner weiteren Schulzeit. Zudem ist dieses Thema eine Grundlage für das Verständnis von anderen Aufgaben in der ZAP, die nicht direkt dieses Thema behandeln. In den letzten Jahren wurde neben dem korrekten «handwerklichen» Umgang verstärkt nach dem Verständnis von Anteilen gefragt. Aus diesem Grund findest du eine genau diesem Thema gewidmete Sektion in diesem Kapitel.

Brüche in Dezimalzahlen verwandeln

An der Prüfung wird es Aufgaben geben, die Brüche enthalten. Diese Brüche musst du oftmals in Dezimalzahlen verwandeln, um die Aufgabe richtig lösen zu können. Die Aufgabe aus der ZAP 2012 die wir schon im Kapitel 1 angeschaut haben, beinhaltet diesen Schritt:

$$(978.5 : 38) + \dots = 13 \cdot 17 \frac{3}{40}$$

Um die Multiplikation auf der rechten Seite ausführen zu können, müssen wir die $\frac{3}{40}$ in eine Dezimalzahl verwandeln. Dazu gibt es zwei verschiedene Methoden.

Methode I

| | |
|---------------------------------------|--|
| $17 \frac{3}{40} = 17 + \frac{3}{40}$ | Wir betrachten den Bruch als separate Zahl. |
| $\frac{3}{40} = 3 : 40 = 0.075$ | Wir können 3 mit 40 schriftlich dividieren und erhalten so die gesuchte Dezimalzahl. |

Methode II

Mit der zweiten Methode geht das Ganze ein wenig schneller, erfordert aber dass du die wichtigsten Brüche auswendig kennst. Hier ist eine Übersicht über die wichtigsten Brüche.

| | | | |
|----------------------------|---------------------------|----------------------|-----------------------|
| $\frac{1}{2} = 0.5$ | $\frac{1}{3} = 0.33\dots$ | $\frac{1}{4} = 0.25$ | $\frac{1}{5} = 0.2$ |
| $\frac{1}{6} = 0.166\dots$ | $\frac{1}{8} = 0.125$ | $\frac{1}{10} = 0.1$ | $\frac{1}{20} = 0.05$ |

Beachte, dass $\frac{1}{20}$ genau zehn Mal kleiner ist, als $\frac{1}{2}$. Dies hilft uns auch in unserer Aufgabe $\frac{3}{40}$ korrekt zu berechnen. Du siehst, dass $\frac{1}{4}$ in Dezimalzahlen ausgedrückt 0.25 ergibt. Demzufolge ist $\frac{1}{40}$ in Dezimalzahlen ausgedrückt 0.025. Danach kannst du diesen Wert mit drei Multiplizieren, da wir ja drei Vierzigstel berechnen möchten und du erhältst 0.075.

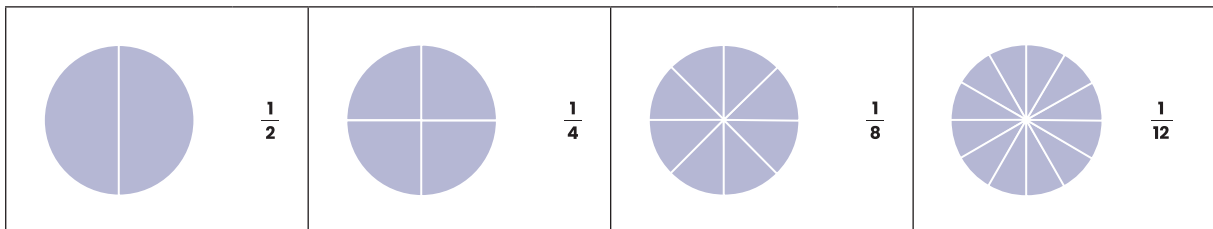
Brüche vergleichen

In neueren Prüfungen werden den Schülern und Schülerinnen immer wieder Aufgaben gestellt, bei denen sie Brüche miteinander vergleichen müssen. Eine Frage könnte zum Beispiel so aussehen:

Ordne folgende Brüche ihrer Grösse entsprechend vom kleinsten zum grössten während der kleinste Bruch links deiner Aufzählung stehen soll und der grösste rechts:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{12}$$

Die Aufgabe lässt sich einfach lösen, wenn du dir Brüche bildlich vorstellen kannst. Du erinnerst dich bestimmt, dass der Nenner (die Zahl unterhalb des Bruchstrichs) die Grösse des Anteils bestimmt. Nicht wie bei normalen Zahlen bedeutet hier eine grössere Zahl auch gleich ein grösserer Anteil sondern es ist gerade umgekehrt. Folgende Illustration veranschaulicht diesen Zusammenhang.



Wenn wir auf die ursprünglich gestellte Aufgabe zurückkommen, fällt es gleich einfacher, diese zu lösen:

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{8} > \frac{1}{12}$$

Anteile berechnen

Eine weitere neue Entwicklung sind Aufgaben, in denen Anteile von einem grösseren Ganzen berechnet werden müssen, um auf die richtige Lösung zu kommen. Eine Aufgabe könnte beispielsweise so lauten:

«Von einer Klasse mit 24 Schülerinnen und Schülern kennen $\frac{6}{8}$ den Disney Film «Der König der Löwen» Wie viele Schülerinnen und Schüler sind dies?»

Diese Aufgaben haben stets denselben Aufbau, der diesem Muster folgt:

| | Das Ganze | Der Anteil | Das Ergebnis |
|------------------|------------|---|-----------------------------|
| In Worten | Die Klasse | Die Schüler:innen, welche den Film gesehen haben. | 18 Schülerinnen und Schüler |
| In Zahlen | 24 | $\frac{6}{8}$ | 18 |

Wenn du «das Ganze» und «den Anteil» im Aufgabentext finden kannst, dann ist der Rest der Aufgabe sehr einfach zu lösen. Im Beispiel oben geht das so:

Schritt 1: $24 : 8 = 3$

Wir haben berechnet, wie viele Schülerinnen und Schüler $\frac{1}{8}$ der ganzen Klasse entsprechen, nämlich 3 Schülerinnen und Schüler.

Schritt 2: $6 \cdot 3 = 18$

Hier berechnen wir, wie viele Schülerinnen und Schüler unsere gesuchte Grösse von $\frac{6}{8}$ entsprechen indem wir den entsprechenden Wert für $\frac{1}{8}$ mit 6 multiplizieren.

Diverse Aufgaben

Übungsaufgaben: Brüche in Dezimalzahlen umwandeln

Aufgabe 1

Wandle folgende Brüche in Dezimalzahlen um.

a) $\frac{1}{2} = \dots\dots\dots$

g) $\frac{1}{10} = \dots\dots\dots$

b) $\frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

h) $\frac{1}{20} = \dots\dots\dots$

c) $\frac{1}{4} = \dots\dots\dots$

i) $\frac{4}{9} = \dots\dots\dots$

d) $\frac{1}{5} = \dots\dots\dots$

j) $\frac{3}{4} = \dots\dots\dots$

e) $\frac{1}{6} = \dots\dots\dots$

k) $\frac{6}{9} = \dots\dots\dots$

f) $\frac{1}{8} = \dots\dots\dots$

l) $\frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

Aufgabe 2

Wandle folgende Brüche in Dezimalzahlen um.

a) $12\frac{4}{3} = \dots\dots\dots$

e) $14\frac{6}{10} = \dots\dots\dots$

b) $6\frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

f) $34\frac{9}{18} = \dots\dots\dots$

c) $1\frac{2}{3} = \dots\dots\dots$

g) $7\frac{4}{12} = \dots\dots\dots$

d) $22\frac{2}{22} = \dots\dots\dots$

h) $17\frac{12}{16} = \dots\dots\dots$

Übungsaufgaben: Brüche vergleichen**Aufgabe 1**

Verwende die Zeichen $>$, $<$ oder $=$ um die Brüche ihrer Grösse entsprechend einzuordnen.
(Tipp: Die Zeichen $<$ und $>$ sind wie eine Krokodilschnauze. Und wie ein Krokodil so ist, möchte es immer die grössere Zahl essen.)

Beispiel: $\frac{1}{5} > \frac{1}{10}$

a) $\frac{3}{5} \dots\dots\dots \frac{4}{7}$

e) $\frac{13}{19} \dots\dots\dots \frac{9}{12}$

b) $\frac{6}{4} \dots\dots\dots \frac{6}{12}$

f) $\frac{1}{2} \dots\dots\dots \frac{2}{1}$

c) $\frac{2}{9} \dots\dots\dots \frac{4}{9}$

g) $\frac{4}{5} \dots\dots\dots \frac{4}{6}$

d) $\frac{3}{3} \dots\dots\dots \frac{5}{5}$

h) $\frac{5}{4} \dots\dots\dots \frac{5}{6}$

Aufgabe 2

Verwende die Zeichen $>$, $<$ oder $=$ um die Brüche ihrer Grösse entsprechend einzuordnen.

a) $\frac{1}{7} \dots\dots\dots \frac{1}{9}$

e) $\frac{2}{3} \dots\dots\dots \frac{4}{6}$

b) $\frac{5}{6} \dots\dots\dots \frac{6}{7}$

f) $\frac{6}{9} \dots\dots\dots \frac{3}{4}$

c) $\frac{4}{5} \dots\dots\dots \frac{14}{15}$

g) $\frac{6}{7} \dots\dots\dots \frac{3}{4}$

d) $\frac{10}{10} \dots\dots\dots \frac{11}{10}$

h) $\frac{3}{9} \dots\dots\dots \frac{1}{7}$

Übungsaufgaben: Rechnen mit Brüchen**Aufgabe 1**

Berechne und gib das Ergebnis als Dezimalzahl an.

a) $12 \cdot \frac{3}{5} = \dots\dots\dots$

e) $2 \cdot \frac{1}{5} = \dots\dots\dots$

b) $11 \frac{1}{4} : 15 = \dots\dots\dots$

f) $\frac{1}{2} + \frac{2}{1} = \dots\dots\dots$

c) $2 \cdot 1 \frac{3}{6} = \dots\dots\dots$

g) $4 \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = \dots\dots\dots$

d) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \dots\dots\dots$

h) $\frac{3}{3} + \frac{3}{9} = \dots\dots\dots$

Aufgabe 2

Berechne und gib das Ergebnis als Dezimalzahl an.

a) $3 + \frac{6}{5} = \dots\dots\dots$

e) $3 \cdot \frac{2}{6} = \dots\dots\dots$

b) $\frac{1}{8} + 1 \frac{8}{4} = \dots\dots\dots$

f) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \dots\dots\dots$

c) $6 \cdot 6 \frac{6}{6} = \dots\dots\dots$

g) $3 \frac{2}{6} + \frac{2}{8} = \dots\dots\dots$

d) $2 \cdot 1 \frac{1}{4} = \dots\dots\dots$

h) $12 \frac{4}{5} : 16 = \dots\dots\dots$

Übungsaufgaben: Anteile berechnen**Aufgabe 1**

- a) Im Hafen von Vidy in Lausanne befinden sich 120 Boote. $\frac{4}{6}$ davon sind Segelboote, der Rest sind Motorboote. Wie viele Segelboote und wie viele Motorboote sind im Hafen von Vidy?

.....

- b) Island hatte im Jahr 2019 ca. 350 000 Einwohner. Im Durchschnitt hat jeder Einwohner $\frac{6}{5}$ Mobiltelefone. Wie viele Mobiltelefone gibt es in Island?

.....

- c) In einem Kuchen, der 1 kg wiegt, macht das Mehl rund $\frac{4}{10}$ des Gewichts aller Zutaten aus. Wie viele Gramm Mehl wurden dem Kuchen beigegeben?

.....

- d) Damit ein Sirup wirklich gut wird, sollte in einem halben Liter Sirup der Anteil von Konzentrat $\frac{1}{8}$ betragen. Wie viel Konzentrat in Milliliter entspricht das?

.....

- e) Im Wankdorf Stadion in Bern finden für ein Fussballspiel rund 32 000 Menschen Platz. Bei einem Spiel der BSC Young Boys sind $\frac{6}{8}$ aller Anwesenden Fans des BSC Young Boys. Wie viele Personen sind das?

.....

- f) Eine Katze schläft rund $\frac{2}{3}$ ihres Lebens. Wie viele Jahre sind das, wenn wir annehmen dass eine Katze 12 Jahre lebt?

.....

Aufgabe 2

- a) Die Wohnungsmiete sollte im Optimalfall $\frac{1}{3}$ des Einkommens der Mieterin oder des Mieters nicht übersteigen. Wie teuer darf eine Wohnung nach dieser Rechnung sein, wenn das Einkommen der mietenden Person CHF 4500.– pro Monat beträgt?

.....

- b) Die CPU (Central Processing Unit) ist das Hirn eines Computers und auch jedes Mobiltelefons. Sie stellt alle nötigen Berechnungen an, damit das Gerät einwandfrei funktioniert. Dabei wird Strom verbraucht, der in Wärme umgewandelt wird. Wie warm darf eine CPU höchstens werden, wenn die reguläre Betriebstemperatur von 70° C maximal um $\frac{1}{10}$ überschritten werden darf?

.....

- c) In der Schweiz haben Schulkinder rund 13 Wochen Ferien pro Jahr. Wir gehen von einem Jahr mit 52 Wochen aus. Wie viele Viertel des Jahres verbringen Schulkinder in den Ferien?

.....

- d) Eine Wanderung im Waadtländer Jura bringt uns von 500 M. ü. M. auf 1500 M. ü. M. Rund $\frac{3}{8}$ des Anstiegs findet auf unbefestigten Wegen statt. Über wie viele Höhenmeter müssen wir besonders gut auf unsere Schritte achten?

.....

- e) In einer Klasse mit 24 Kindern, sind $\frac{3}{4}$ aller Kinder bereits 12 Jahre alt, die restlichen Kinder sind jünger. Wie viele Kinder sind bereits 12 Jahre alt?

.....

- f) In London sind durchschnittlich $\frac{2}{5}$ aller Tage Regentage. An wie vielen Tagen regnet es pro Jahr, wenn wir von einem Jahr mit 365 Tagen ausgehen?

.....

Prüfungsaufgaben: Reine Rechenaufgaben

Die folgenden Aufgaben kommen in neueren Prüfungen weniger oft vor, sind jedoch nach wie vor eine wichtige Grundlage für ein erfolgreiches Bestehen der Gymiprüfung sowie der Probezeit.

Gib das Ergebnis als Dezimalzahl an:

Aufgabe 1, ZAP, 2010

$$(135 \frac{7}{10} + 628.36) : \dots\dots\dots = (14 \cdot 5 \frac{4}{5}) - 70.2$$

Aufgabe 2, ZAP, 2011

$$(27 \frac{7}{10} + 628.36) : \dots\dots\dots = (14 \cdot 5 \frac{4}{5}) - 70.2$$

Aufgabe 3, ZAP, 2014

$$(576.825 + 32 \frac{27}{40}) : \dots\dots\dots = 126.6 - (16 \cdot 4 \frac{3}{5})$$

Aufgabe 4, 2006, KZU

$$(321 \frac{5}{8} - 124 \frac{3}{4}) : 7 = \dots\dots\dots : 8$$

Aufgabe 5, 2007, ZAP A

$$27 \frac{1}{8} - (1980 : 88) = \dots\dots\dots : 7$$

Aufgabe 6, 2007, ZAP B

$$25 \frac{1}{8} - (1892 : 88) = \dots\dots\dots : 7$$

Aufgabe 7, 2009, ZAP

$$(156 \frac{1}{4} - 57.5) : 5 = (107 \frac{1}{20} - \dots\dots\dots) : 4$$

Aufgabe 8, 2006, W'thur

$$5 \cdot 6 \frac{7}{25} - (36.08 + 3 \cdot \frac{7}{25} - \dots\dots\dots) = 72 : 45$$

Aufgabe 9, 2015, ZAP

$$(2 \frac{11}{25} \cdot 12) - (72.67 : 13) = 28 \frac{3}{8} - \dots\dots\dots$$

Aufgabe 10, 2012, ZAP

$$(978.5 : 38) + \dots\dots\dots = 13 \cdot 17 \frac{3}{40}$$

Aufgabe 11, 2016, ZAP

$$(272 \frac{11}{20} : 23) + \dots = (29 \cdot 12 \frac{3}{4}) - 181.5$$

Prüfungsaufgaben: Arbeiten mit Brüchen**Aufgabe 1, ZAP, 2020**

Vergleiche je zwei aufeinander folgende Zahlen. Trage das richtige Zeichen $<$, $>$ oder $=$ ins Kästchen ein.

$$6.3 \dots \frac{25}{4} \dots \frac{31}{5} \dots \frac{51}{8} \dots \frac{19}{3}$$

Aufgabe 2, ZAP, 2020

$$A, \frac{1}{3}, B, \frac{5}{6}$$

B liegt in der Mitte von $\frac{1}{3}$ und $\frac{5}{6}$. Die Zahl $\frac{1}{3}$ liegt in der Mitte von A und B. Bestimme A und B.

$$A = \dots$$

$$B = \dots$$

Aufgabe 3, ZAP, 2020

Wie gross ist der Unterschied zwischen $\frac{2}{5}$ von 3 m und $\frac{3}{8}$ von 2 m? Gib das Ergebnis in dm an.

$$\dots \text{ dm}$$

